

# JEDNOSTAVAN RAST MIKROORGANIZAMA I KINETIKA TROŠENJA SUBSTRATA U HOMOGENOJ OKOLINI

**MONOD J.:** (*Recherches sur la Croissance des Cultures Bacteriennes 1942, Hermann & Cie, Paris*)  
(*Ann. Rev. Microb. 3, 71, 1949*)

za logaritamsku (eksponencijalnu) fazu

## MONOD-ova formula

$$\frac{dX}{dt} = \mu^* X \quad 5-1$$

$$\int_{X_0}^X \frac{dX}{X} = \mu^* \int_0^t dt \quad 5-2$$

$$X = X_0 \cdot e^{\mu^* t} \quad 5-3$$

## MONOD-ova formula

**PITANJE:** da li je  $\mu$  konstanta ili je varijabla ovisna o "S"???

**ODGOVOR:**

$\mu$  je konstanta u eksponencijalnoj fazi rasta ako je  $S \gg K_s$ , a varijabla je u svim ostalim fazama rasta, pri čemu je za fazu usporenog rasta i za stacionarnu fazu približno zadovoljavajuća Monod-ova jednačina

## MONOD-ova formula

$$\mu = \mu_{\max} * \frac{S}{K_s + S} \quad 5-4$$

Kombinacijom jednačbi 5-3 i 5-4 dobiva se:

$$X = X_0 * e^{(\mu_{\max} * \frac{S}{K_s + S} * t)} \quad 5-5$$

**KOJA JE VAŽEĆA ZA EKSPONENCIJALNU, A Približna ZA STACIONARNU I ZA FAZU USPORENOG RASTA**

**vrijedi i ovo...**

$$q = q_{\max,s} * \frac{S}{K_s + S} \quad 5-6$$

$$\mu = Y_{x/s} * q \quad 5-7$$

## **-TEISSIER G.**

- (*Ann. Physiol. Physiochim. Biol.* 12, 527, 1936)

$$\square \mu = \mu_{\max} * [1 - e^{-(S/K_s)}] \quad 5-8$$

- /empirijska jednadžba/

## - MOSER H.

*.(The Dynamics of Bacterial Populations  
Maintained in the Chemostat*

- Carnegie Institution, Washington D.C. No 614,  
1958

$$\mu = \mu_{\max} * \frac{S^n}{K_s + S^n} \quad 5-9$$

## Contois D.E <sup>1</sup>; Fujimoto Y. <sup>2</sup>

- 1 (*J. Gen. Microbiol.* 21,40, 1959) i
- 2 (*J. Theor. Microbiol.* 5, 71, 1963)

$$\mu = \mu_{\max} * \frac{S}{K_s * X + S} \quad 5-10$$

## POWELL E.O.:

- (*Microbial Physiology and Continuous Culture*, London. Her Mayestys Stationary Office p 34.,1967)
- /ubacuje permeabilnost stijenke, difuziju substrata i veličinu stanica/

$$\mu = \mu_{\max} * \frac{S}{(K_s + K_D) + S} \quad 5-11$$

## BLACKMAN F.F.

- (*Ann. Bot.* 19, 281,1905)

$$\mu = \mu_{\max} * \frac{1}{2} \frac{S}{K_s} \quad S < 2K_s \quad 5-12$$

$$\mu = \mu_{\max} \quad S > 2K_s$$

DABES J.N. FINN R.K. and  
WILKIE C.R.

- (*Biotechnol. Bioeng.* 15, 1159,1973)

$$\mu^2 K - \mu*(1+S+K*\mu_{\max}) = K_s - \mu_{\max}*S$$

5-13

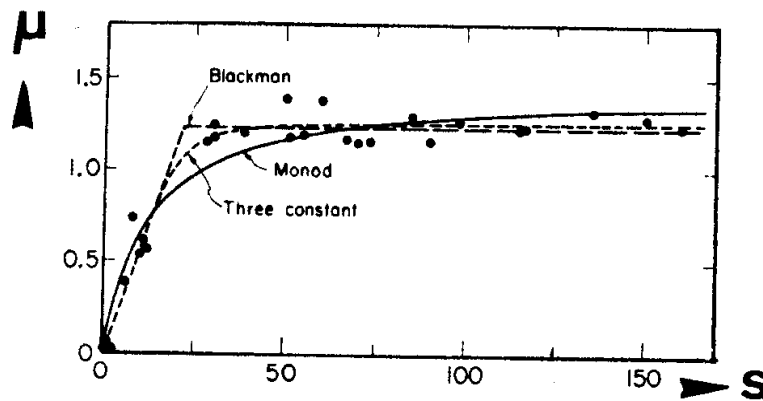
“jednadžba tri konstante”

$K \ll \text{---} \rightarrow$  MONOD jed.

$K_s \ll \text{---} \rightarrow$  BLACKMANN

DABES J.N. FINN R.K. and  
WILKIE C.R.

- (*Biotechnol. Bioeng.* 15, 1159,1973)



## KONO <sup>1</sup>; KONO I ASAI <sup>2</sup>

- (*Biotechnol. Bioeng.* 10, 105, 1968),
- (*Biotechnol. Bioeng.* 11, 293, 1969)

Uvode koncept promjene reda reakcije kad se dostigne  $X_{krit}$  (0--->1).

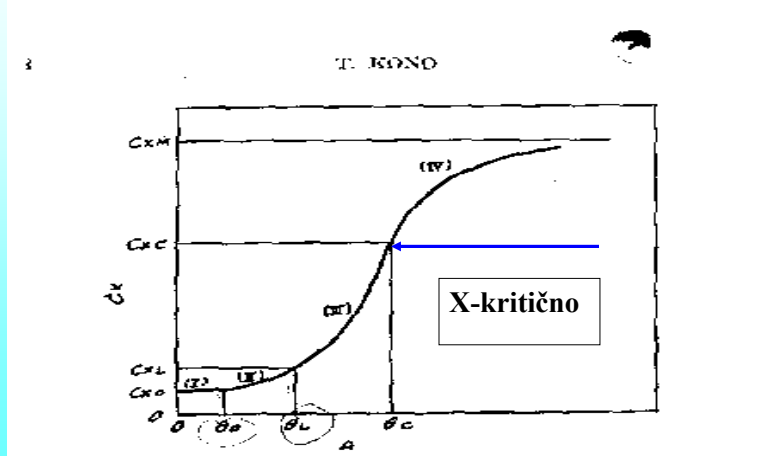
$$\frac{dX}{dt} = \mu * X * \Phi \quad 5-15$$

## KONO <sup>1</sup>; KONO i ASAI <sup>2</sup>

$\Phi$  = Koeficijent aktivnosti za trošenje substrata, to je omjer stanica (udjel) koje su u stanju trošiti supstrat (tj. rasti) i ukupnog prisutnog broja, a dobiva se iz eksperimentalnih podataka

# KONO 1; KONO i ASAI 2

## Podjela rasta po fazama



# KONO 1; KONO i ASAI 2

$$dX/dt = \mu^* X * \Phi$$

## 1. faza indukcije:

$$X = X_0 \quad \Phi = 0$$



KONO <sup>1</sup>; KONO i ASAI <sup>2</sup>

**2. faza prijelaza (u eksp. fazu !!)**

$$X = X_0 + (X_L - X_0) * \left(\frac{t_L - t_0}{t - t_0}\right)^2$$

$$\Phi = \frac{X - (1 - \Phi\#) * X_0}{X_0} \quad 0 \Rightarrow 1$$

$\Phi\#$  = udio stanica u inokulumu koje su sposobne razmnožavati se

KONO <sup>1</sup>; KONO i ASAI <sup>2</sup>

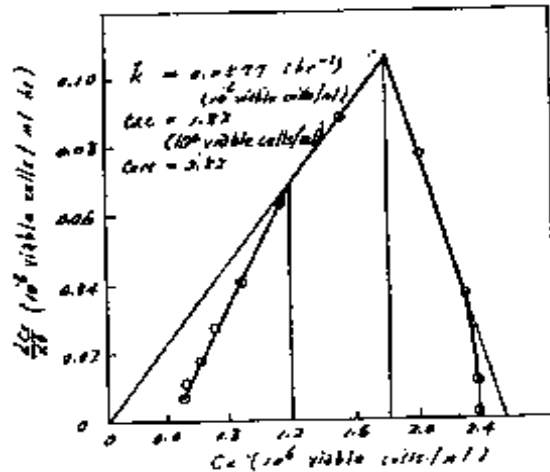
**3. faza eksponencijalnog rasta**

$$X = X_0 * e^{\mu(t-t_c)} \quad \Phi = 1$$

**4. faza usporenog rasta**

$$X = X_{\max} - (X_{\max} - X_{\text{krit}}) * e^{-\left(\mu * \frac{X_{\text{krit}}}{X_{\max} - X_{\text{krit}}}\right) * (t - t_c)}$$

## KONO<sup>1</sup>; KONO i ASAI<sup>2</sup>



## MASON T.J. i MILLIS N.F.

(*Biotechnol. Bioeng.* 18, 1337, 1976)

UPOTREBLJAVA SE KAD JE  
SUBSTRAT TRANSPORTIRAN U  
STANICU TRANSPORTNIM  
PROTEINOM-PERMEAZOM PA  
JE KINETIKA TRANSPORTA  
ODLUČUJUĆA

## MASON T.J. i MILLIS N.F.

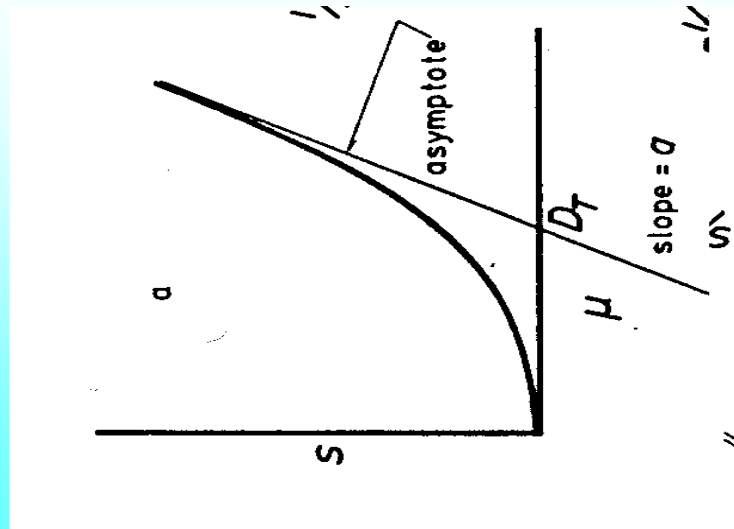
Primijećeno je odstupanje od Monod-ovog modela u rastu kvasca na **glukozi i heksadekanu** uz **NH<sub>4</sub><sup>+</sup>** kao ograničavajući substrat.

$$\mu = \mu_{\text{ASSYMP}} * \frac{S}{K_s + S} + r_s^{\#} * S^n \quad 5-16$$

## MASON T.J. i MILLIS N.F.

- **n** = red reakcije, obično 1
- nacrtana asimptota od krivulje  $\mu = f(S)$ ,
- $\mu_{\text{ASSYMP}}$  = presjecište asimptote i ordinate **S=0**
- $r_s^{\#}$  = brzina difuzije substrata u stanicu a grafički to je koeficijent smjera asimptote (prema osi  $\mu$ ).

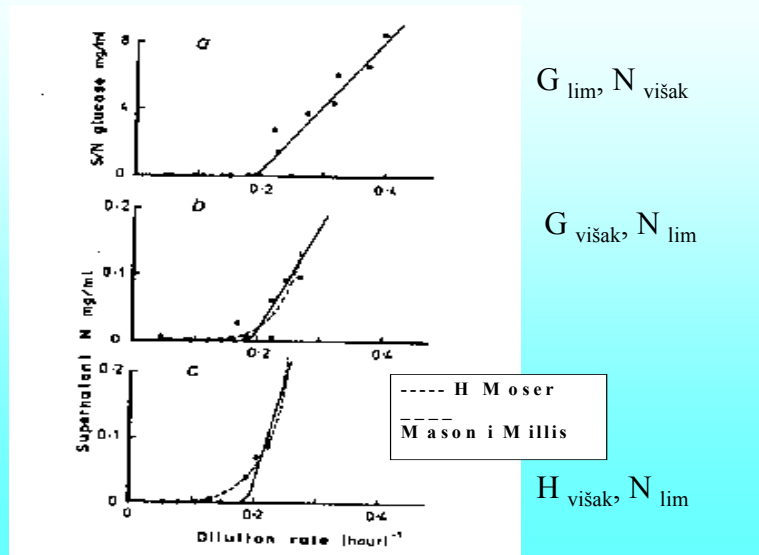
## MASON T.J. i MILLIS N.F.



## MASON T.J. i MILLIS N.F.

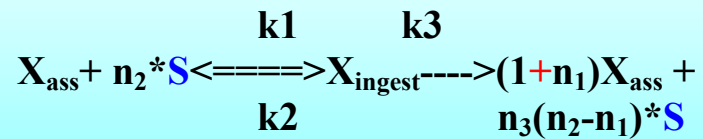
- | uvjeti                    | $D=0,19$ | $K_s$ | $r^\#$ |
|---------------------------|----------|-------|--------|
| Gluk. (lim) $N_{(suv.)}$  | 0,04     |       | 0,024  |
| Gluk. (suv.) $N_{(lim.)}$ | 0,0018   |       | 0,6    |
| Heks. (suv.) $N_{(lim.)}$ | 0,0013   |       | 0,3    |

## MASON T.J. i MILLIS N.F.



## VERHOFF F.H. i sur.

(*Biotechnol. Bioeng.* 14, 411, 1972)



asimilacija

“gutanje” i dioba

## VERHOFF F.H. i sur.

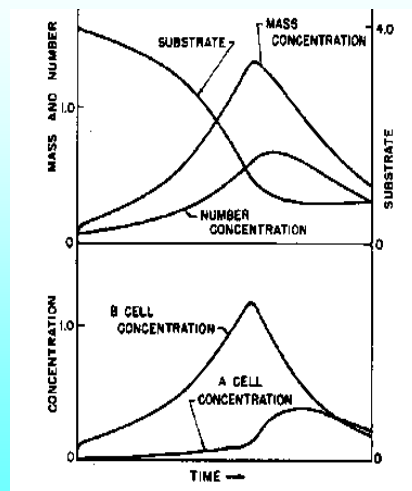
Uzima da je asimilacija stupanj koji određuje brzinu

$$\frac{\mu}{k_3 \cdot n_1} = -\left(\frac{k_1 \Delta S}{2k_3 \cdot n_1} + \frac{k_2 + k_3}{2k_3 \cdot n_1}\right) + \left[\left(\frac{k_1 \Delta S}{2k_3 \cdot n_1} + \frac{k_2 + k_3}{2k_3 \cdot n_1}\right)^2 + \frac{k_1 \Delta S}{k_3 \cdot n_1}\right]$$

5-17

$\Delta S$  = RAZLIKA VANJSKE I UNUTARNJE KONCENTRACIJE SUBSTRATA U STANICI  
 $n$  = maseni stehiometrijski faktori

## VERHOFF F.H. i sur.

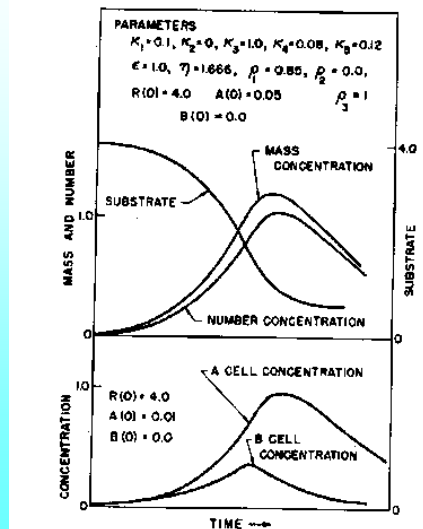


asimilacija  
dominira

A, B = dva različita m.o. obzirom na razvoj inokuluma,

B tip je inokuliran iz podloge s visokom konc. lim. substrata

## VERHOFF F.H. i sur.



A, B = dva različita m.o. obzirom na razvoj inokuluma

“gutanje”  
dominira

## KONAK A.R.

*(J.Appl.Chem.Microbiol.15,683,1974)*

$$\frac{d\mu}{dS} = k(\mu_{\max} - \mu)^p \quad 5-17$$

**k** = KINETIČKA KONSTANTA  
**p** = RED “REAKCIJE”

## KONAK A.R.

### UVODI KONCEPT RELATIVNE SPEC.BRZINE RASTA:

$$\frac{d(\mu/\mu_{\max})}{dS} = k * (\mu_{\max})^{p-1} * \left(1 - \frac{\mu}{\mu_{\max}}\right)^p \quad 5-18$$

$p=2$ ----> Monod;     $p=1$ ----> Teissier

$$K_s = \frac{1}{k * \mu_{\max}}$$

## KARGI F. i SHULER M.L.

*(Biotechnol. Bioeng. 21, 1871, 1979)*

$$\frac{d(\mu/\mu_{\max})}{dS} = K * \left(\frac{\mu}{\mu_{\max}}\right)^m * \left(1 - \frac{\mu}{\mu_{\max}}\right)^p \quad 5-19$$

**K, m, p = KONSTANTE**



## KARGI F. i SHULER M.L.

MODEL	K	m	p
MONOD	$1/K_s$	0	2
TEISSIER	$1/K_s$	0	1
MOSER H	$n/(K_s)^{1/n}$	$1-1/n$	$1+1/n$
CONTOIS	$1/K_s X$	0	2
KONAK	$k * \mu_{max}$	p	p

## VAVILIN V.A.

( *Biotechnol. Bioeng.* 24, 1721, 1982)

$$q_s = q_{smax} * \frac{S^n}{(K_s)^{n-p} * (S_0)^p + S^n}$$

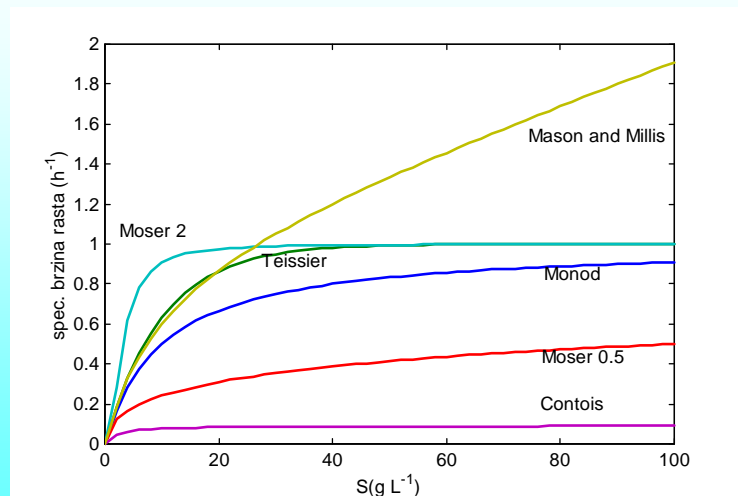
S = reaktorska konc.

So = ulazna konc.

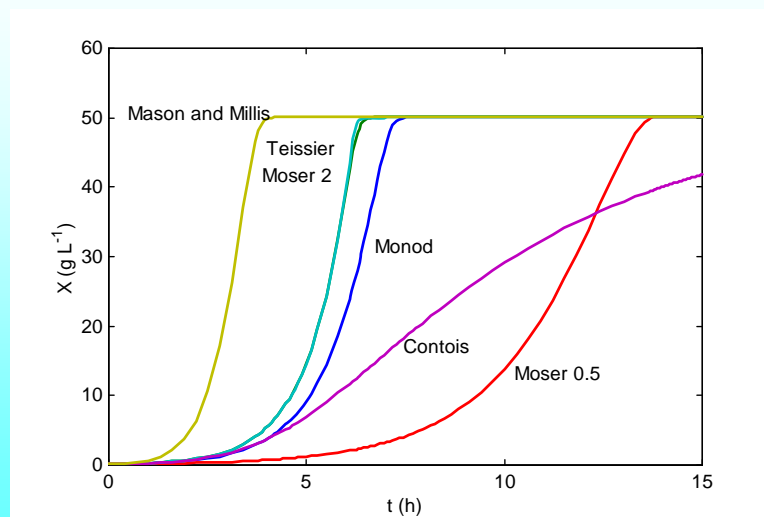
5-20

**OTPADNE VODE: S---->S<sub>b</sub>---->S<sub>nk</sub>**  
(redosljedna i parcijalna razgradnja, lako i teško razgradljivi supstr.)

## USPOREDNI DIJAGRAMI $\mu$ :



## USPOREDNI DIJAGRAMI X:



## UTJECAJ KONCENTRACIJE BIOMASE NA KINETIKU RASTA

### VERLHUST P.F.(1845)

$$\mu = \mu_{\max} - k * X \quad 5-21$$

### MEYRATH J.

*(Mittel. Versuchsanst. für Gärungsgew.  
Wien 5/6, 95,1973)*

$$\mu(s,x) = \mu_{\max} * \frac{S_0 - (X/Y)}{K_s + S_0 - (X/Y)} \quad 5-22$$

**$S_0 - X/Y$  REPRESENTIRA "S"**

**VERLHUST P.F-PEARL'S.  
JEDNADŽBA**

$$N = \frac{N_0 \mu_{\max} e^{\mu_{\max} t}}{\mu_{\max} + m_x * N_0 (e^{\mu_{\max} t} - 1)} \quad 5-23$$